



Nome: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

**Espaço reservado para classificações**

1a.(15)	2a.(10)	3a.(10)	4a.(15)	4c.(5)	
1b.(10)	2b.(5)	3b.(15)	4b.(15)		T:

**Atenção:- todas as questões devem ser devidamente formalizadas e justificadas.**  
**- nas perguntas com alternativas, uma resposta certa vale 15 pontos, uma resposta errada vale - 5 pontos**

1. Sejam 4 caixas, cada uma com 10 bolas, de três tipos consoante o número de bolas pretas e brancas que contêm: 2 do tipo A, 1 do tipo B e 1 do tipo C. As caixas do tipo A tem 3 bolas pretas, as de tipo B tem 2 pretas e as de tipo C tem 5 pretas.

- a) Se se seleccionar aleatoriamente uma caixa e dessa se extrair uma bola preta, qual a probabilidade de ter sido extraída de uma caixa do tipo A?
- b) Se do conjunto das 40 bolas, se seleccionarem, sem reposição, três bolas, qual a probabilidade de uma ser preta?

2. Considere uma variável aleatória  $X$  cuja função distribuição é dada por:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x^2 & 0 \leq x < 0.5 \\ 0.4x + 0.2 & 0.5 \leq x < 2 \\ 1 & x \geq 2 \end{cases}$$

a) Classifique a variável aleatória, **justificando**.

b) Calcule  $P(X > 1 | X > 0.5)$ .

3. Seja a variável aleatória  $X$  e a função dada por  $f(x) = 2x^{-3}$ ,  $x > 1$

a) Calcule  $P(X > 2)$  e obtenha a mediana de  $X$ .

b) Determine a função de distribuição da variável aleatória  $Y = \begin{cases} 1 & X \leq 2 \\ -1 & X > 2 \end{cases}$ .

4. Seja  $(X, Y)$  uma variável aleatória bidimensional discreta com função de probabilidade conjunta dada por

$y \setminus x$	1	2	3
0	0.15	0.20	0.05
1	0.10	0.05	0.10
2	0.10	0.15	0.10

- a) Obtenha a função probabilidade marginal de  $X$ ,  $f_X(x)$ . Calcule também  $P(X > 2, Y \leq 1)$  e  $P(X = 2)$ .
- b) Obtenha  $E(X)$  e obtenha também  $E(X | Y = 2)$
- c) Da comparação dos valores obtidos para  $E(X)$  e para  $E(X | Y = 2)$  será que se pode concluir algo sobre a independência entre estas variáveis? Justifique já que apenas se valorizará a justificação.